

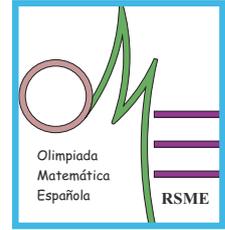


L Olimpiada Matemática Española

Primera Fase

Primera sesión

Viernes tarde, 17 de enero de 2014



1. Se considera un polígono regular de 90 vértices, numerados del 1 al 90 de manera aleatoria. Probar que siempre podemos encontrar dos vértices consecutivos cuyo producto es mayor o igual que 2014.
2. Hallar las soluciones enteras de la ecuación

$$x^4 + y^4 = 3x^3y$$

3. Probar que

$$2014^{2013} - 1013^{2013} - 1001^{2013}$$

es múltiplo de

$$2014^3 - 1013^3 - 1001^3$$

**No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se puntúa sobre 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de 3 horas y media.**

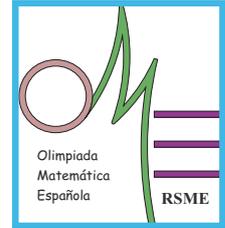


L Olimpiada Matemática Española

Primera Fase

Segunda sesión

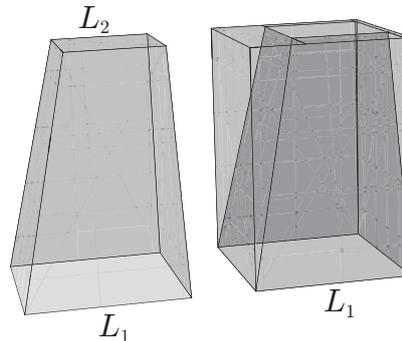
Sábado mañana, 18 de enero de 2014



4. Sean a, b números positivos. Probar que

$$a + b \geq \sqrt{ab} + \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

5. Encontrar las tres últimas cifras del número 7^{2014}
6. De un prisma recto de base cuadrada, con lado de longitud L_1 , y altura H , extraemos un tronco de pirámide, no necesariamente recto, de bases cuadradas, con lados de longitud L_1 (para la inferior) y L_2 (para la superior), y altura H . Las dos piezas obtenidas aparecen en la imagen siguiente:



Si el volumen del tronco de pirámide es $2/3$ del total del volumen del prisma, ¿cuál es el valor de L_1/L_2 ?

**No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se puntúa sobre 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de 3 horas y media.**